

ИЗСЛЕДВАНЕ НА МОДЕЛИ ЗА АПРОКСИМАЦИЯ НА ИЗХОДНАТА БАЗА НА ВИРТУАЛНО-МЕХАНИЧЕН ЕТАЛОН ЗА ПРАВОЛИНЕЙНОСТ

Росица Митева¹⁾, Георги Дюкенджиев²⁾

¹⁾ Технически университет – София, *rosimiteva@tu-sofia.bg*

²⁾ Технически университет – София, *duken@tu-sofia.bg*

Резюме: Разработването и реализацията на еталони за форма и разположение е актуална метрологична задача. Интегрирането с информационните технологии дава възможност за създаване на нов тип виртуално-механични еталони с нови възможности и характеристики.

В работата са представени изследвания на математически модели за интерполация и апроксимация на елементи на виртуално-механичен еталон за праволинейност. Направен е сравнителен анализ на използваните модели и грешките, които те внасят при различни по характер профили.

Ключови думи: еталони на формата, интерполация, апроксимация, виртуално-механичен еталон.

1. Въведение*

Интегрирането на възможностите на компютърната техника с прецизните оптико-механични измервателни системи за създаване на високо точна и ефективна еталонна база е едно перспективно направление в метрологичната теория и практика. Разработването на точна и пълна структура, свързваща всички елементи на даден измервателен процес, е първата стъпка за анализа на характеристиките на еталона. За целта е необходимо да бъдат изградени адекватни базови модели на обектите, средствата и методите за измерване. Синтезът на подобни референтни системи изисква разработването на подробен и пълен анализ на всички функционални елементи, участващи в общата метрологична структура.

2. Обща характеристика на виртуално-механичен еталон

Виртуално-механичен еталон (ВМЕ) на формата и разположението е средство за измерване и съответно програмно осигуряване реализиращи изходен еталон във вид на асоцииран елемент, построен спрямо възпроизвеждан от средствата за измерване реален елемент.

Виртуално-механичният еталон съгласно определението се състои от два основни модула:

- механичен модул – физическа реализация на измервателната система, получаване и извеждане на измервателна информация в

удобен формат;

- модул програмно осигуряване – математически модел на измерването и разработване на програмно осигуряване за обработка на получената информация.

Основната функция на механичния модул е реализация на извлечения елемент. Той трябва да осигурява възпроизводимост на резултатите при многократна реализация.

Отклоненията на формата на реалните повърхнини (елементи) на детайлите се оценяват чрез сравняването им със съответните геометрични (апроксимиращи) елементи, имащи форма на номиналните. Количествено тези отклонения се определят като най-голямото разстояние от точките на извлечения елемент до геометричния (асоциирания) елемент по нормалата към него.

Точната оценка на тези отклонения, разработването на достатъчно ефективни решения, ориентирани към създаването на съвременни методи и средства в това направление, са свързани преди всичко със създаване на необходимите модели, дефиниращи основните елементи. Регламентирани са три групи елементи, обединени според функционалната им същност:

- асоцииран елемент на минималната зона;
- среден асоцииран елемент;
- контактен (обвивач) асоцииран елемент.

Целта на създаването на математичните

* Изследването е финансирано от Фонд „Научни изследвания“ към МОН по договор № ДФНИ Т02/9/12.12.2014 г.

модели на първата група елементи е да се сведе изследването на различни числови характеристики и качествени свойства на реалните обекти до работа с модели, чиито теоретичен апарат е напълно известен и е удобен за работа. Използването на средните елементи има редица предимства: равностойност на точките на реалната повърхнина или профил при пресмятане на елемента, по-слабо влияние на единичните местни отклонения, лесно пресмятане със съответни изчислителни средства, добро свързване с експлоатационните показатели (например при пресови сглобки или при лагериране на въздушна възглавница). Средните елементи се използват приоритетно и при координатните измервания, поради простата обработка на резултатите от измерването и единствеността на математическото решение. Обвиващите елементи съответстват на условията на сдружаване на повърхнини при сглобки с нулеви хлабини. Освен това чрез тях могат да бъдат дефинирани редица отклонения. В практиката е намерил приложение и метод на построяване на асоцииран елемент по крайните точки на нормирания участък. Когато крайните точки са най-високите или най-ниските точки в профила оценката на отклонението от праволинейност съвпада с тази при използване на контактен (обвиващ) асоцииран елемент. В общ случай възниква разлика, която се разглежда като методична грешка.

Измерването е процес на експериментално получаване на една или повече стойности, които могат да бъдат логично приписани на дадена величина. В голяма част от измервателните процедури експерименталните данни могат да се представят във вид на масив, състоящ се от наредена двойка числа (x_i, y_i) . Ето защо обикновено възниква задачата за апроксимация на дискретната зависимост $y(x_i)$ с непрекъснатата функция $Y(x)$. Функцията $Y(x)$, в зависимост от спецификата на задачата, може да отговаря на следните изисквания [3,4,5]:

- $Y(x)$ трябва да преминава през точките (x_i, y_i) , т.е. $Y(x_i) = y_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$. В този случай се реализира интерполация на данните в междинните точки x_i чрез функцията $Y(x)$;
- $Y(x)$ трябва по някакъв начин (например във вид на определена аналитична зависимост) да се доближава до $y(x_i)$, като не е задължително да преминава през точките (x_i, y_i) . При което се решава задачата за регресия;
- $Y(x)$ трябва да доближава експерименталната зависимост $y(x_i)$, отчитайки това, че данните

(x_i, y_i) са получени с някаква грешка, при което функцията $Y(x)$ с помощта на един или друг алгоритъм намалява грешката, присъстваща в данните (x_i, y_i) . Този тип задачи се наричат задачи за филтрация.

3. Видове интерполация

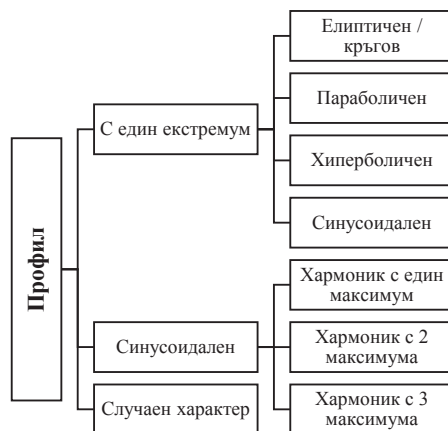
Интерполацията в числовия анализ е метод на конструиране на нови числови стойности в област от множество на изолирани точки от известни числови стойности. В метрологията под понятието интерполация се разбира построяването на функцията $Y(x)$, дефинираща крайните резултати от измерване и апроксимираща зависимостта $y(x_i)$ във всички крайни интервали, формирани между точките на измерване x_i . Интерполацията е най-често използваната в практиката точкова апроксимация. В точките x_i стойностите от интерполационната функция трябва да съвпадат с резултатите, получени от измерване, т.е. $y(x_i) = Y(x_i)$.

Известни са различни методи за интерполация, от които най-често използваните са [1]:

- Линейна интерполация;
- Кубична сплайн-интерполация;
- Апроксимация/интерполация с ред на Фурие;
- Интерполиране с полином на Лагранж;
- Апроксимация по метода на най-малките квадрати (МНМК).

4. Видове характерни профили

Често срещаните в практиката типични отклонения от праволинейност на профилите на материалните еталони са систематизирани в блок-схемата на фиг. 1, както следва:



Фиг. 1 Видове характерни профили

Таблица 1 Видове апроксимации и интерполации

Проведен е числов експеримент, при който са прилагани на различни интерполационни модели е направен анализ на методите за дефиниране на типични профили на геометрични повърхнини. Използвани са линейна интерполация, сплайн интерполация, кубичен сплайн, метод на най-малките квадрати (МНМК) и апроксимиране с ред на Фурие. Изследването е извършено в програмна среда Mathcad и Maple 15.

Аналитично са зададени теоретичните модели (функции) на анализирания профил.

Анализът е направен на базова дължина на изследвания профил 600 mm с отклонение от праволинейност 0.2 mm. Интерполацията по различни методи е извършена по 13 интерполационни възли през 50 mm.

Адекватността на интерполационния модел се оценява по грешката Δ , определяна като разлика между стойностите на интерполационната функция $y_i(t)$ ($i=1 \dots 6$) и теоретично зададения профил $y(t)$ в целия диапазон. За всеки разгледан профил означенията са:

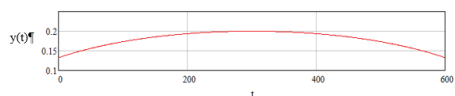
- $y(t)$ – профил зададен аналитично;
- $y1(t)$ – линейна интерполация на профила, зададен през интервал 50 mm;
- $y2(t)$ – сплайн интерполация на профила, зададен през интервал 50 mm;
- $y3(t)$ – кубична сплайн интерполация на профила, зададен през интервал 50 mm;
- $y4(t)$ – апроксимация с МНМК;
- $y5(t)$ – апроксимация с ред на Фурие;
- $\Delta y1$ – разлика между профила, зададен аналитично и линейна интерполация
 $\Delta y1 = y(t) - y1(t)$;
- $\Delta y2$ – разлика между профила, зададен аналитично и сплайн интерполация;
 $\Delta y2 = y(t) - y2(t)$;
- $\Delta y3$ – разлика между профила, зададен аналитично и кубична сплайн интерполация;
 $\Delta y3 = y(t) - y3(t)$;
- $\Delta y4$ – разлика между профила, зададен аналитично и апроксимиран с МНМК;
 $\Delta y4 = y(t) - y4(t)$;
- $\Delta y5$ – разлика между аналитично зададен профил и апроксимиран с ред на Фурие.
 $\Delta y5 = y(t) - y5(t)$.

На фиг. 2 са представени разликите между интерполационната формула и аналитично представения профил.

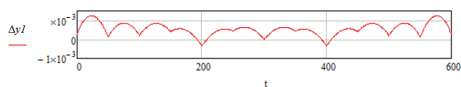
В табл. 2 е даден направеният сравнителен

Елемент / Профил	Видове апроксимация и интерполация
Апроксимация на асоциирания елемент	Асоцииран елемент на минималната зона
	Среден асоцииран елемент
	Контактен асоцииран елемент
	Асоцииран елемент на крайните точки
	Асоцииран елемент, построен с ред на Фурие
	Асоцииран елемент на минималната зона
Интерполация на реалния профил	Линейна интерполация
	Полиномна интерполация
	Кубична сплайн интерполация
	Апроксимация (интерполация) с ред на Фурие
Апроксимация на асоциирания елемент	Апроксимация (интерполация) по метода на МНМК
	Асоцииран елемент на минималната зона
	Среден асоцииран елемент
	Контактен асоцииран елемент
	Асоцииран елемент на крайните точки
Интерполация на реалния профил	Асоцииран елемент, построен с ред на Фурие
	Линейна интерполация;
	Кубична сплайн-интерполация;
	Апроксимация/интерполация с ред на Фурие;
Интерполация на реалния профил	Интерполиране с полином на Лагранж;
	Апроксимиране по метода на най-малките квадрати (МНМК).

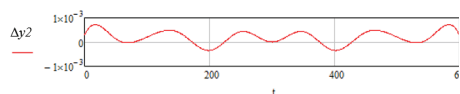
анализ на видовете типични профили и максималните грешки, получени при възпроизвеждането им с различните методи на интерполация като абсолютна стойност и процент от отклонението от праволинейност на изследвания профил (EFL). Резултатите могат да се използват като база за избор на типа апроксимация при известен характер на изследвания профил.



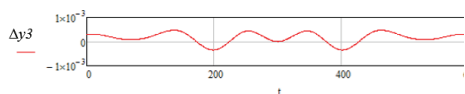
а) аналитично зададен профил на елипса



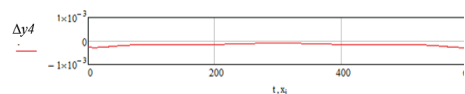
б) разлика между аналитично зададена елипса и линейна интерполация



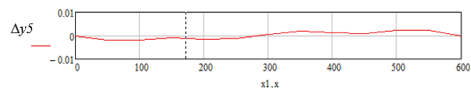
в) разлика между аналитично зададена елипса и сплайн интерполация



з) разлика между аналитично зададена елипса и кубична сплайн интерполация



д) разлика между аналитично зададена елипса и апроксимиране с МНМК



е) разлика между аналитично зададена елипса и апроксимиране с ред на Фурие

Фиг. 2. Графично представяне на разликите между аналитично зададен елипсоиден профил и математическите модели за интерполация

5. Заключение

В заключение може да се каже, че при правилна преценка на характера на профила трябва да бъдат използвани подходящи математични модели за апроксимация, с което да се постигне необходимата за измерването точност. Очевидно апроксимацията с ред на Фурие най-слабо се влияе от характера на профила, поради което е препоръчително да се използва при липса на информация за характера му.

6. Литература

[1] **Корн Г, Т. Корн**, Справочник по математике для научных работников и инженеров, изд. Наука, М. 1973.

[2] **Макарелов И., Д. Дакова**, Линейна алгебра и аналитична геометрия, «Коала прес», 2013.

[3] **Макарелов И.**, Математически анализ, Коала прес, 2011.

[4] <http://mathhelpplanet.com/>

[5] <http://technomag.bmstu.ru>

7. Данни за авторите

маг. инж. Росица Петрова Митева, Машинен инженер, специалност „Механично уредостроене“ (1985). Асистент в катедра „Прецизна техника и уредостроене“, ТУ – София. Научни области: метрология и управление на качеството.

доц. д-р Георги Кирилов Дюкенджиев, Машинен инженер, специалност „Механично уредостроене“ (1981). Доктор (1994). Доцент (2000), ръководител катедра „Прецизна техника и уредостроене“, ръководител на СОПКОНИ в ТУ – София. Научни области: контролно-измервателна техника, метрология и управление на качеството.

Таблица 2 Максимални грешки, получени при възпроизвеждане на профили

Профил	EFL [μm]	Математичен модел интерполация									
		Линейна интерполация		Сплайн		Кубичен сплайн		МНМК		Ред на Фурие	
		Δ_{max} [μm]	Δ_{max} [%]	Δ_{max} [μm]	Δ_{max} [%]	Δ_{max} [μm]	Δ_{max} [%]	Δ_{max} [μm]	Δ_{max} [%]	Δ_{max} [μm]	Δ_{max} [%]
Елипсовиден	26.4	1.23	4.65	0.71	2.7	0.44	1.7	0.28	1.06	0.43	1.6
Хиперболичен	1569.2	27	1.72	10.7	0.68	10.6	0.68	80	5.1	0.2	0.0130
Параболичен	562.5	3.8	0.7	1.5	0.27	0.16	0.028	0.05	0.0025	0.1	0.0005
Синусоидален (1 максимум)	2000	32	1.6	0.78	0.039	0.95	0.047	10	0.5	0.01	0.0005
Синусоидален (2 максимума)	2000	134	6.7	7.5	0.375	29	1.45	1670	83	0.02	0.001
Синусоидален (10 максимума)	2000	1866	93.3	1866	93.3	1866	93.3	940	47	0.01	0.0005
Съставен профил (елипсовиден + високофреkwтотни хармоници)	2000	710	35.5	400	20	400	20	1000	50	0.03	0.0015

STUDY MODELS TO APPROXIMATE THE BASE OF VIRTUAL MECHANICAL STANDARD FOR STRAIGHTNESS

*Rositsa Miteva*¹⁾, *Georgi Dukendjiev*²⁾

¹⁾ Technical University of Sofia, rosimiteva@tu-sofia.bg

²⁾ Technical University of Sofia, duken@tu-sofia.bg

Abstract: Development and implementation of standards for form and location is current metrological task. The integration of the measurement process with information technologies enables the creation of a new type of virtual-mechanical standards with new capabilities and features.

Study of mathematical models for interpolation and approximation of elements of a Virtual mechanical standards for straightness are presented in the work. A comparative analysis of the models used and errors of interpolation of profiles of different types are discussed.

Key words: standards of form, interpolation, approximation, virtual mechanical standard

References:

[1] Korn D., T. Korn, Guide math dlya nauchnyh rabotnikov and inzhenerov, ed. Science, M. 973.

[2] Makarelov I., D. Dakova, Linear Algebra and Analytical Geometry, Koala Press, 2013.

[3] Makarelov I., Mathematical Analysis, Koala Press, 2011.

[4] <http://mathhelpplanet.com/>

[5] <http://technomag.bmstu.ru/>

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ АППРОКСИМАЦИИ ИСХОДНОЙ БАЗЫ ВИРТУАЛЬНО-МЕХАНИЧНОГО ЭТАЛОНА ПРЯМОЛИНЕЙНОСТИ

*Росица Митева*¹⁾, *Георги Дюкенджиев*²⁾

¹⁾ Технический университет – София, rosimiteva@tu-sofia.bg

²⁾ Технический университет – София, duken@tu-sofia.bg

Резюме: Разработка и внедрение эталонов формы и расположения является актуальной метрологической задачей. Интегрирование с информационными технологиями позволяет создание нового типа виртуально-механических эталонов с новыми возможностями и характеристиками. В работе представлены исследования математических моделей для интерполяции и аппроксимации элементов виртуально-механического эталона прямолинейности. Проведен сравнительный анализ использованных моделей и погрешностей, которые они вносят при различных типах профилей.

Ключевые слова: эталоны формы, интерполяция, аппроксимация, виртуально-механический эталон.