

# ИЗСЛЕДВАНЕ ВЛИЯНИЕТО НА ТЕМПЕРАТУРАТА ПРИ ИЗМЕРВАНЕ НА ПЛОСКОПАРАЛЕЛНИ КРАИЩНИ МЕРКИ ЗА ДЪЛЖИНА

Невена Радоева

ИО „Професор Цветан Лазаров”, 1592 София, бул. „Професор Цветан Лазаров” №2,  
e-mail: n.radoeva@di.mod.bg

**Резюме:** Извършен е измервателен експеримент - калибриране на плоскопаралелна краищна мярка за дължина (ППКМД) с номинален размер 50 mm. Проведени са серия от тестове, при които са направени съществени промени свързани с температурата по време на измерванията. Извършен е анализ на получените резултати, като са приложени методи на статистиката. Проведеният експеримент е част от изследване, което има за цел да се анализират входните фактори влияещи върху измервателния процес.

**Ключови думи:** плоскопаралелни краищни мерки за дължина, неопределеност, бюджет на неопределеност

## 1. Въведение

Известно е, че изменението на температурата от приетата за нормална по време на измерване на ППКМД ( $20 \pm 0,5^\circ\text{C}$ ) води до появата на температурни грешки. С цел да се установи дали неспазването на това условие води до повишаване на неопределеността от измерването, по-голямо отклонение от плоскопаралелност и как влияе върху резултата от измерването е извършен измервателен експеримент като са проведени серия от тестове, при които са направени промени свързани с температурата (понижаване от  $1^\circ\text{C}$  до  $3^\circ\text{C}$ ).

## 2. Обект на измерване

Извършено е калибриране на ППКМД с номинален размер 50 mm. Използван е еталон с клас на точност „0” и отклонение от номинален размер (от свидетелство за калибриране)  $+ 0,20 \mu\text{m}$ . Измерванията са проведени в лаборатория за измерване на дължина към Института по отбрана „Професор Цветан Лазаров”. Измерванията са извършени по сравнителен контактен метод на измерване, като са приложени методи на статистиката за извършване на анализ. Направени са съществени промени, свързани с температурата, като входна влияеща величина.

## 3. Измерване при температура на заобикалящата среда $20 \pm 0,5^\circ\text{C}$ .

Проведени са 63 серии по 10 измервания. Обработката на данните от измерванията е извършена в следната последователност:

3.1. Изключване на грубите грешки от резултатите на многократните наблюдения. За целта е приложен критерият на Райт, подходящ за брой

наблюдения  $n > 20$ , според който резултатът от измерването  $y_i$  не принадлежи на разпределението на разглежданата съвкупност от резултати (т.е. съдържа груба грешка) със зададена вероятност, ако [1]:

$$\frac{|y_i - \bar{y}|}{S(y)} \geq t_\gamma, \quad (1)$$

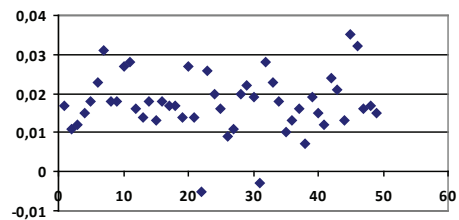
където:  $t_\gamma$  е коефициент на доверителна вероятност;  $y_i$  е установената стойност на случайната величина при отделното (единично) наблюдение;  $\bar{y}$  - средноаритметична стойност от  $n$  броя наблюдения;  $S(y)$  - средно квадратично отклонение на резултатите от наблюденията ( $0,011 \mu\text{m}$ );  $\gamma$  - доверителна вероятност.

При нормално разпределение се приема  $\gamma = 0,9973$ , при което  $t_\gamma = 3$ . [1]

Екстремните стойности на  $y_i$  (в  $\mu\text{m}$ ) са изключени от резултатите, представени в Таблица 1.

3.2. Систематични грешки не са известни и съответно не са изключвани от резултатите на наблюденията.

3.3. Стойностите на  $y_i$  от Таблица 1 за извършената проверка по критерий на Райт са представени на числовата ос във вид на точки (фиг. 1).



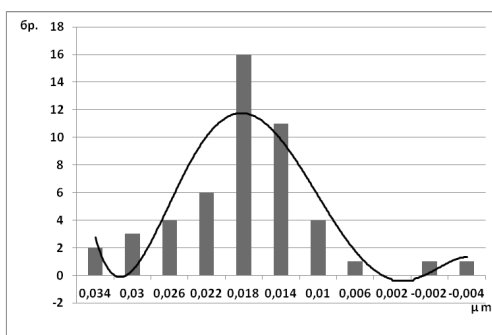
фиг. 1

Таблица 1. Резултати от извършената проверка по критерий на Райт

№	$y_i$	$\frac{ y_i - \bar{y} }{S(y)}$	№	$y_i$	$\frac{ y_i - \bar{y} }{S(y)}$
1	0,017	1,536	26	0,012	1,541
2	0,011	1,542	27	0,014	1,539
3	0,012	1,541	28	0,027	1,526
4	0,015	1,538	29	0,014	1,539
5	0,018	1,535	30	-0,005	1,558
6	0,023	1,530	31	-0,035	1,588
7	0,031	1,522	32	0,026	1,527
8	0,018	1,535	33	0,020	1,533
9	0,018	1,535	34	0,016	1,537
10	0,027	1,526	35	0,009	1,544
11	0,028	1,525	36	0,011	1,542
12	0,016	1,537	37	0,020	1,533
13	0,014	1,539	38	0,022	1,531
14	0,018	1,535	39	0,019	1,534
15	0,013	1,540	40	-0,003	1,556
16	0,018	1,535	41	0,028	1,525
17	0,017	1,536	42	0,023	1,530
18	0,017	1,536	43	0,024	1,529
19	0,018	1,535	44	0,021	1,532
20	0,010	1,543	45	0,013	1,540
21	0,013	1,540	46	0,035	1,518
22	0,016	1,537	47	0,032	1,521
23	0,007	1,546	48	0,016	1,537
24	0,019	1,534	49	0,017	1,536
25	0,015	1,538	50	0,015	1,538

Таблица 2. Абсолютна честота на попадане в границите на интервала [a; b]

Интервал j	Граници на интервала [a; b], $\mu\text{m}$		Абсолютна честота $v(j)$ (брой измерени резултати $ y $ във всеки интервал $ d $ )	
	a (над)	b (до вкл.)	Графичен запис	Числен запис
1	+0,032	+0,035		2
2	+0,028	+0,032		3
3	+0,024	+0,028		4
4	+0,020	+0,024		5
5	+0,016	+0,020		5
6	+0,012	+0,016		5
7	+0,008	+0,012		3
8	+0,004	+0,008		1
9	0,000	+0,004		0
10	-0,004	0,000		1
11	-0,008	-0,004		1



фиг. 2

3.4. За определяне на вида на разпределението на резултатите е построена хистограма. За построяването ѝ размахът на резултатите от наблюденията  $\Delta y = y_{\max} - y_{\min}$  е разделен на  $m$  еднакви интервали с дължина  $d$ :

$$d = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{m} = \frac{0,035 - (-0,003)}{1} \cong 0,004 \mu\text{m} \quad (2)$$

За всеки интервал е определена относителната честота  $f_j$  на попадане на резултатите от наблюденията в него.

$$f_j = \frac{v_j}{n} \quad (3)$$

където  $v_j$  е абсолютната честота на попадане на резултатите от наблюденията в  $j$ -тия интервал ( $j=1 \div 11$ ). Резултатите, разпределени в 11 интервала с широчина  $d=0,004 \mu\text{m}$ , са представени в Таблица 2.

По така получените стойности на  $v_j$  е построена хистограма на разпределението (фиг. 2).

Хистограмата и графичният запис на фиг. 2 дават основание да се предположи наличието на

нормалния закон на разпределение. За проверка на хипотезата за вида на разпределението на резултатите от наблюденията при  $n \geq 50$  е използван критерий  $\chi^2$  на Пирсън, който е валиден за всички закони на разпределение, изразен с формулата: [1]

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^m \frac{(V - V')^2}{V'} \quad (4)$$

където:

$V$  е опитната абсолютна честота на попадане на резултатите от наблюдението в  $j$ -тия интервал;

$V'$  - теоретичната абсолютна честота на попадане в  $j$ -тия интервал при предполагаемия закон на разпределение.

$$V' = \frac{f(z)}{S(y)} dn \quad (5)$$

$$z_j = \frac{y_j - \bar{y}}{S(y)} \quad (6)$$

където:

$d$  – ширина на интервала;

$n$  – обем на извадката;

$S(y)$  – средно квадратично отклонение на извадката;

$y_j$  – стойност на величината в средата на  $j$ -тия интервал.

Стойностите на функцията  $f(z)$  са взети от таблица [1] в зависимост от стойността на  $z_j$ .

Получените резултати и тяхната обработка са представени в Таблица 3.

Критичната област на критерия  $\chi^2$  т.е. областта, при която издигнатата хипотеза се отхвърля,

е определена от условието:  $P(\chi^2 \geq \chi_{\beta}^2) = \beta$ , където  $\beta$  е зададено ниво на значимост. Стойността на  $\chi_{\beta}^2 = 24,3$  е определена по таблица [1], в зависимост от зададеното ниво на значимост  $\beta$  (0,002) и броя на степените на свобода  $g$ .

$$g = m - r - 1 = 11 - 2 - 1 = 8 \quad (7)$$

където:

$m$  – броят на интервалите;

$r$  – броят на параметрите на закона на разпределение.

$$\chi^2 = 19,98 \leq \chi_{\beta}^2 = 24,3 \quad (8)$$

Стойността на  $\chi^2$  не е в критичната област

на критерия. Следователно издигнатата хипотеза за нормален закон на разпределение се приема.

При проверката за отклонение от равнинност (плоскопаралелност) са извършени същият брой измервания в четирите крайни (ъглови) точки на калибрираната краищна мярка.

Средноаритметичната стойност  $t_v$  от наблюденията се приема за резултат от проверката за плоскопаралелност:  $t_v = 0,24 \mu\text{m}$ .

При анализа на неопределеността е използван схематичния ред за подреждане на величините, оценките, средноквадратичните неопределености, коефициентите на чувствителност и приносите за неопределеност в таблица наречена „Бюджет на неопределеност”. [2]

Съгласно математически модел на измерването е изготвен „бюджет” на неопределеността (Таблица 4).

Оценени са ефективните степени на свобода  $V_{\text{eff}}$  на комбинираната средно-квадратична неопределеност:  $V_{\text{eff}} = 98,58$ . В зависимост от степените на свобода [3] се определя и стандартният коефициент на доверителен интервал  $k=2$ , съответстващ на ниво на достоверност приблизително 95%.

Измерената стойност на ППКМД 50 mm при температура на заобикалящата среда  $20 \pm 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$  е: **50,000 02 mm с разширена неопределеност  $U=0,000 18 \text{ mm}$  и отклонение от плоскопаралелност  $t_v=0,24 \mu\text{m}$ .** ППКМД отговаря на клас

Таблица 3. Проверка на издигнатата хипотеза

$j$	$y_j$	$y_j - \bar{y}$	$z_j = \frac{y_j - \bar{y}}{S(y)}$	$f(z)$	$v'$	$v$	$v - v'$	$(v - v')^2$	$\frac{(v - v')^2}{v'}$
1	0,033	0,014	1,27	0,1714	3,12	2	-1,12	1,25	0,40
2	0,030	0,011	1,00	0,2420	4,40	3	-1,40	1,96	0,45
3	0,026	0,007	0,63	0,3332	6,06	4	-2,06	4,24	0,70
4	0,022	0,003	0,27	0,3814	6,93	6	-0,93	0,86	0,12
5	0,018	-0,001	-0,09	0,3980	7,24	16	8,76	76,74	10,60
6	0,014	-0,005	-0,45	0,3521	6,40	11	4,60	21,16	3,31
7	0,010	-0,009	-0,87	0,2621	4,77	4	-0,77	0,59	0,12
8	0,006	-0,013	-1,18	0,1942	3,53	1	-2,53	6,40	1,81
9	0,002	-0,017	-1,55	0,1109	2,02	0	-2,02	4,08	2,02
10	-0,002	-0,021	-1,91	0,0656	1,19	1	-0,19	0,04	0,03
11	-0,006	-0,025	-2,27	0,0289	0,53	1	0,47	0,22	0,42
									$\chi^2 = 19,98$

Таблица 4. Бюджет на неопределеност за размер 50 mm при  $t = 20 \pm 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$

Величина, $X_i$	Оценка $x_i$ , mm	Средноквадратична неопределеност $u(x_i)$	Вероятностно разпределение	Коефициент на чувствителност $C_i$	Принос на неопределеността $u_c(y)$ , mm
$\delta l$	0,000 016	0,000 001 556	нормално	1	0,000 001 556
$l_s$	50,000 00*	0,000 075 000	нормално	1	0,000 075 000
$\delta l d$	0	0,000 030 619	триъгълно	1	0,000 030 619
$\delta l c$	0	0,000 028 868	правоъгълно	1	0,000 028 868
$\alpha \cdot \delta t$	0	0,000 000 332	правоъгълно	-50,0	-0,000 016 599
$\delta \alpha \cdot t$	0	0,000 000 236	-	-50,0	-0,000 011 800
$\delta l v$	0	0,000 009 238	правоъгълно	-1	-0,000 009 238
$l_x$	<b>50,000 02</b>				0,000 088 873
				разширена неопределеност	<b>0,000 18</b>

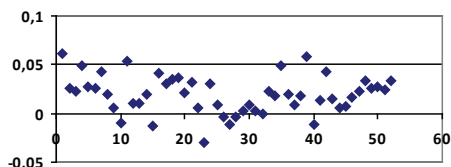
\* Отклонението от номинален размер на еталона е взето предвид при изчисляването на средноаритметичното отклонение на всяка една от направените серии измервания.

на точност „0” при допустимо отклонение от среден размер 0,25  $\mu\text{m}$  и клас на точност „2” по отклонение от плоскопаралелност (при допустимо 0,12  $\mu\text{m}$ ) [4].

#### 4. Измерване при понижаване температура на заобикалящата среда от 1 $^\circ\text{C}$ до 3 $^\circ\text{C}$ ( $20 \pm 3 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

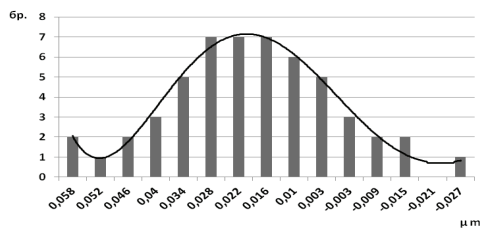
Аналогично на т. 2 обработката на резултатите е извършена в същата последователност.

Резултатите от наблюдението са представени на числовата ос във вид на точки (фиг.3).



фиг. 3

Размахът на резултатите от наблюденията  $\Delta y = y_{\text{max}} - y_{\text{min}}$  е разпределен в 15 интервала с ширина  $d = 0,006 \mu\text{m}$ .



фиг. 4

По получените стойности на  $v_j$  е построена хистограма на разпределението (фиг. 4). Хистограмата и графичният запис на фигурата предполагат наличието на нормален закон на разпределение. За проверка на хипотезата за вида на разпределението на резултатите от наблюденията отново е използван критерият на Пирсън. При

$$g = 15 - 2 - 1 = 12 \quad (9)$$

$$\chi_{\beta}^2 = 31$$

$$\chi^2 = 26,72 \leq \chi_{\beta}^2 = 31 \quad (10)$$

Стойността на  $\chi^2$  не е в критичната област на критерия. Следователно издигнатата хипотеза за нормален закон на разпределение се приема.

Резултатът от измерването за проверка на плоскопаралелност е:  $t_v = 0,29 \mu\text{m}$

Бюджетът на неопределеността за размер 50 mm при  $t = 20 \pm 3 \text{ }^\circ\text{C}$  е представен в Таблица 5.

Измерената стойност на ППКМД 50 mm при понижаване температура на заобикалящата среда от 1  $^\circ\text{C}$  до 3  $^\circ\text{C}$  е: **50,000 02 mm с разширена неопределеност  $U = 0,000 23 \text{ mm}$  и отклонение от плоскопаралелност  $t_v = 0,29 \mu\text{m}$ .**

Резултатите от измерванията, както и обобщените данни от извършеното изследване са в резултат от изчисления на базата на математическия модел на измерването и са представени в Таблица 5.

#### 5. Изводи

В резултат на извършения експеримент и анализ е установено, че понижаването на температурата до 3  $^\circ\text{C}$  от приетите за нормални условия

Таблица 5. Бюджет на неопределеност за размер 50 mm при  $t = 20 \pm 3 \text{ }^\circ\text{C}$

Величина, $X_i$	Оценка $x_i$ , mm	Средноквадратична неопределеност $u(x_i)$	Вероятностно разпределение	Коефициент на чувствителност $C_i$	Принос на неопределеността $u_i(y)$ , mm
$\delta l$	0,000 019	0,000 002 610	нормално	1	0,000 002 610
$l_s$	50,000 00*	0,000 075 000	нормално	1	0,000 075 000
$\delta l_d$	0	0,000 030 619	триъгълно	1	0,000 030 619
$\delta l_c$	0	0,000 028 868	правоъгълно	1	0,000 028 868
$\alpha \cdot \delta t$	0	0,000 000 332	правоъгълно	-50,0	-0,000 016 599
$\delta \alpha \cdot t$	0	0,000 001 410	-	-50,0	-0,000 070 500
$\delta l_v$	0	0,000 009 238	правоъгълно	-1	-0,000 009 238
$l_x$	<b>50,000 02</b>				0,000 112 844
				разширена неопределеност	<b>0,000 23</b>

Таблица 5. Резултати от измерванията

$t$ , $^\circ\text{C}$	Измерена стойност, mm	Разширена неопределеност, U, mm	$V_{eff}$	Отклонение от плоскопаралелност, mm
$20 \pm 0,5$	50,000 02	0,000 18	98,58	0,000 24
$20 \pm 3,0$	50,000 02	0,000 23	256,23	0,000 29

при измерване ( $20 \pm 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ ), води до по-голямо отклонение от плоскопаралелност ( $c \approx 20\%$ ) и значително повишаване на неопределеността от измерването ( $c \approx 30\%$ ).

Компенсирането на температурните грешки, възникнали вследствие на изменение на температурата на заобикалящата среда по математически път, е процес свързан със загуба на много време, изисква високо квалифициран персонал и е предпоставка за възникване на субективни грешки.

Ето защо за достигане на максимална точност при извършване на измерванията и последващия анализ на резултатите е от изключително значение спазването на температурния режим и оптималния алгоритъм на измерване и изчисление.

## 6. Литература

- [1] Радев Хр. *Метрология и измервателна техника – справочник*, Том 1, Софттрейд, 2012.
- [2] Публикация ЕА-4/02 - *Изразяване на неопределеността на измерване при калибриране*.
- [3] *Бюлетин в помощ на специалиста*, книжка 6/2000, СМБ.
- [4] БДС EN ISO 3650 – *Изисквания към геометрията на продукт (GPS). Еталони за дължина. Мерки за дължина*.

## Данни за автора

**Невена Петева Радоева**, магистър инженер – „Прецизна техника и уредостроене”, ТУ – Габрово, докторант в Институт по отбрана „Проф. Цветан Лазаров”. Научни интереси: метрология и измервателна техника, измерване и контрол на геометрични величини, контрол и управление на качеството.

# RESEARCH ON THE TEMPERATURE INFLUENCE ON LENGTH GAUGE BLOCKS MEASUREMENT

*Nevena Radoeva*

„Professor Cvetan Lazarov” DI, 2 “Professor Cvetan Lazarov” Blvd., 1592 Sofia, Bulgaria  
e-mail: [n.radoeva@di.mod.bg](mailto:n.radoeva@di.mod.bg)

*Abstract:* A measuring experiment was made – calibration of length gauge blocks (PPKMD) with a nominal size of 50 mm. Series of tests were conducted where substantial changes were made related to the temperature during measurements. An analysis was made of the results obtained by applying the methods of statistics. The experiment is a part of a study that aims to analyze the input factors influencing the measuring process.

*Key words:* gauge blocks length measures, uncertainty, uncertainty budget

## References

- [1] **Radev Hr.** *Metrologiya I izmervatelna tehnika – spravochnik*, Tom 1. Softtrade, 2012. 6/2000, SMB.  
[2] Publikacia EA-4/02 – *Izraziavane na neopredelenosta na izmervane pri kalibrirane.* [4] БДС EN ISO 3650 – *Iziskvaniya kam geometriyata na produkt (GPS). Etaloni za dalzhina. Merki za dalzhina (ISO 3650:2002).*  
[3] *Byuletin v pomosht na spetsialista, knizhka*

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ КОНЦЕВЫХ МЕР ДЛИНЫ

*Невена Радоева*

ИО „Профессор Цветан Лазаров”, 1592 София, бул. „Профессор Цветан Лазаров” №2,  
e-mail: [n.radoeva@di.mod.bg](mailto:n.radoeva@di.mod.bg)

*Резюме:* Выполнен измерительный эксперимент – калибровка плоскопараллельных концевых мер длины, с номинальным размером 50 мм. Проведена серия тестов в широком температурном диапазоне. Проведен анализ полученных результатов с применением методов статистики. Проведенный эксперимент является частью исследования, направленного на анализ воздействия влияющих факторов на измерительный процесс.

*Ключевые слова:* плоскопараллельные концевые меры длины, неопределенность, бюджет неопределенности.